

Inverse Kinematik

Claudia Weiß
Universität Ulm
Proseminar Computergrafik
Sommersemester 02

e-mail: cw14@informatik.uni-ulm.de

Inhalt

1	Einleitung	3
2	Hinführung zum Begriff der Inversen Kinematik	3
2.1	Die Kinematik	3
2.2	Das Prinzip der hierarchischen Verknüpfung	3
2.3	Die Vorwärtskinematik	4
2.4	Probleme der Vorwärtskinematik und Motivation für das Skelettmodell	5
2.5	Das Skelettmodell	6
3	Erklärung des Begriffes Inverse Kinematik	6
3.1	Die Inverse Kinematik	6
3.2	Anwendungsbeispiele der Inversen Kinematik	7
3.3	Einordnung der Inversen Kinematik	8
4	Einzelne Elemente der Inversen Kinematik	8
4.1	Die Gelenke und deren Freiheitsgrade	8
4.2	Der Schwerpunkt	9
4.3	Verknüpfungen	9
4.4	Weitere Objekt-Parameter	10
5	Einschätzung der Inversen Kinematik und Gegenüberstellung mit Vorwärtskinematik	10
5.1	Vorteile der Vorwärtskinematik	10
5.2	Vorteile der Inversen Kinematik	10
5.3	Nachteile der Vorwärtskinematik	11
5.4	Nachteile der Inversen Kinematik	11
6	Mathematischer Hintergrund	12
6.1	Das Modell der Vorwärtskinematik	12
6.2	Das Modell der Inversen Kinematik	13
7	Grenzen der Inversen Kinematik	16

1 Einleitung

Immer mehr computeranimierte Filme nehmen Einzug in den Kinos und begeistern die Menschen. Ob es sich dabei um die Auferweckung der Dinosaurier aus der Steinzeit wie in Jurassic Park handelt, oder um eine Geschichte in der Eiszeit, in der ein Mammut, Faultier und Säbelzahniger ein verlorengegangenes Menschenkind zu seiner Familie zurückzubringen wollen wie in dem Film Ice Age. Die Filme erhalten bisweilen sehr gute Bewertungen. Die wachsende Begeisterung macht deutlich, dass Animationsfilme langsam als Massenphänomen betrachtet werden müssen. Der Zauber dieser Filme liegt wohl darin begründet, dass hier Inhalte auf die Leinwand gebracht werden können, die mittels herkömmlicher Filmtechniken unmöglich zu zeigen wären. Doch nicht nur in der Filmindustrie hat die 3D-Computeranimation ihren Einsatzbereich gefunden, sie ist bereits ein elementarer Bestandteil der Multimedia-Welt. So sehen wir fast täglich Werbespots, die sicherlich ohne Hilfe von Computeranimation weniger ansprechend wären.

Um nun einen Einblick in den weitläufigen Bereich der Animation zu geben, wird in dieser Ausarbeitung ein grober Abriss über eine spezielle Animationstechnik, die Inverse Kinematik, gemacht. Diese Methode ist besonders für die Animation von Figuren geeignet, und bietet eine gute Hilfe bei der Simulation von Bewegungsabläufen.

2 Hinführung zum Begriff der Inversen Kinematik

Um das eigentliche Thema, die Inverse Kinematik, besser verstehen zu können, sind einige Vorkenntnisse hilfreich. Im zweiten Kapitel dieser Ausarbeitung soll eine Wissensgrundlage über wichtige Begriffe geschaffen werden, mit der das Modell der Inversen Kinematik dann erarbeitet werden kann.

2.1 Die Kinematik

Zunächst ist der Begriff der Kinematik allgemein zu klären. Die Kinematik ist als ein Teilgebiet der Mechanik zu verstehen. Sie beschäftigt sich mit der geometrischen Beschreibung von Bewegungen, ohne dabei die Ursache der Bewegung zu berücksichtigen. Bei der Inversen Kinematik wird vor allem die Bewegung von Gelenkkörpern betrachtet. Hierbei handelt es sich um Körper, die aus einzelnen Teilen bestehen, welche wiederum durch Gelenke verbunden sind. Eine ausführliche Erklärung zu Gelenkkörpern und deren Nutzen folgt an anderer Stelle.

2.2 Das Prinzip der hierarchischen Verknüpfung

Ein weiterer wichtiger Ausdruck im Bezug auf die Inverse Kinematik ist das Prinzip der hierarchischen Verknüpfung. Eine Hierarchie ist eine Eltern – Kind – oder eine Eltern – Kind – Geschwister – Beziehung. In einer Objekthierarchie werden zwei Objekte so miteinander verknüpft, dass ein Objekt dem folgenden eindeutig über – bzw. untergeordnet ist und entsprechend die Vater – bzw. Kindposition einnimmt. Werden nun sehr viele Objekte auf diese Art und Weise miteinander verknüpft,

entsteht eine komplexe Objekthierarchie. Diese hierarchischen Verknüpfungen sind linear, d.h. je höher man in einer Hierarchie aufsteigt, desto höher ist der Rang des Objektes.

Ein anschauliches Beispiel für eine hierarchische Verknüpfung ist der Aufbau des menschlichen Beines (siehe Abbildung 1). Das Elternglied des Oberschenkels ist die Hüfte, wohingegen der Unterschenkel als Kind des Oberschenkels und der Fuß als Kind des Unterschenkels angesehen werden kann. Die beiden Beine sind in der hierarchischen Kette gleichberechtigte Kinderglieder der Hüfte.

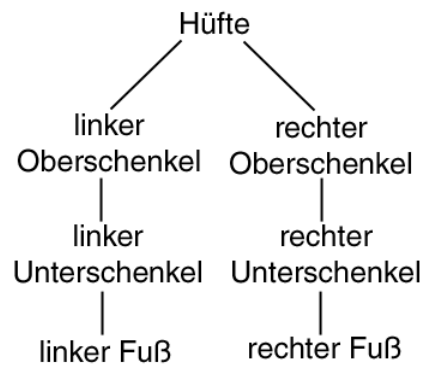


Abbildung 1

2.3 Die Vorwärtskinematik

Der folgende Abschnitt beschäftigt sich mit der Vorwärtskinematik, einer Animationsmethode für Figuren. Diese Methode soll zunächst anhand eines Beispiels, der Animation eines Armes, verdeutlicht werden. Die einzelnen Glieder des Armes, also Oberarm, Unterarm und Hand, sind bereits hierarchisch verknüpft, so dass der Oberarm das ranghöchste Glied in der Hierarchie darstellt. Ziel ist nun, mit der Hand eine bestimmte andere Position zu erreichen. Die intuitivste Vorgehensweise hierfür liegt wohl darin, zunächst die Position und Ausrichtung des Oberarmes entsprechend zu verändern. Anschließend werden analog der Unterarm und die Hand passend verschoben, bis die gewünschte Position erreicht ist. Diese Art der Animation nennt man Vorwärtskinematik. Der Ausgangspunkt der Vorwärtskinematik ist also das Objekt, welches ganz oben in der hierarchischen Kette steht und meist fest verankert ist. Von hier aus werden nun nacheinander alle Glieder in ihre Position gebracht. Durch die Verknüpfung sind die einzelnen Glieder zwar fest miteinander verbunden, doch der Winkel, den zwei verknüpfte Objekte miteinander einschließen, kann verändert werden. Die Veränderung jedes Winkels beeinflusst die Position aller untergeordneten Glieder. Das bedeutet, dass die Position des letzten Gliedes erst nach Abschluss der Bewegung aller übergeordneten Glieder feststeht. Gleichzeitig drückt dies aus, dass eine Bewegung des letzten Gliedes einer Objekthierarchie keinen Einfluss auf die Position und Ausrichtung der Elternglieder hat.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass bei der Vorwärtskinematik die einzelnen Winkel zwischen den Objekten bereits vor der Bewegung bekannt sein müssen, wohingegen der aus den Winkeln resultierende Endpunkt vorerst unbekannt ist und ermittelt wird.

2.4 Probleme der Vorwärtskinematik und Motivation für das Skelettmodell

Die Vorwärtskinematik ist eine sehr gute und übersichtliche Methode für einfache Animationen. Doch bei komplexeren Bewegungsabläufen stellen sich dieser Methode Probleme, die nur schwer zu lösen sind. Dies betrifft besonders Bewegungen, bei denen ein Teil der hierarchischen Kette unbewegt bleiben soll, und nicht der Verschiebung bzw. Drehung eines Elternglieders folgt. Diese Schwierigkeit tritt beispielsweise bei dem Versuch eine Figur zu animieren auf, die sich nach hinten umdreht, dabei aber nur den Oberkörper und nicht die Füße bewegen soll. Ausgegangen wird hier von einer einfachen hierarchischen Verknüpfung der Körperglieder. Es gibt nun zwei Möglichkeiten der Simulation dieser Bewegung. Zum einen kann zunächst der Oberkörper gedreht werden. Der Nachteil hierbei ist, dass sich der restliche Körper unterhalb des Oberkörpers gleichermaßen mit verschiebt, da es sich um untergeordnete Glieder in der Hierarchie handelt. Dies lässt die Figur über den Boden gleiten (siehe Abbildung 2.2). Versucht man nun als Alternative die Füße an ihrer ursprünglichen Position zu verankern und dreht lediglich die Hüfte, so wird die Übertragung der Bewegung bis ans Ende der hierarchischen Kette verhindert. Dies hat jedoch zur Folge, dass der Körper an den Knien auseinanderbricht, da die Oberschenkel der Drehung folgen und die Kette danach unterbrochen ist (siehe Abbildung 2.3).

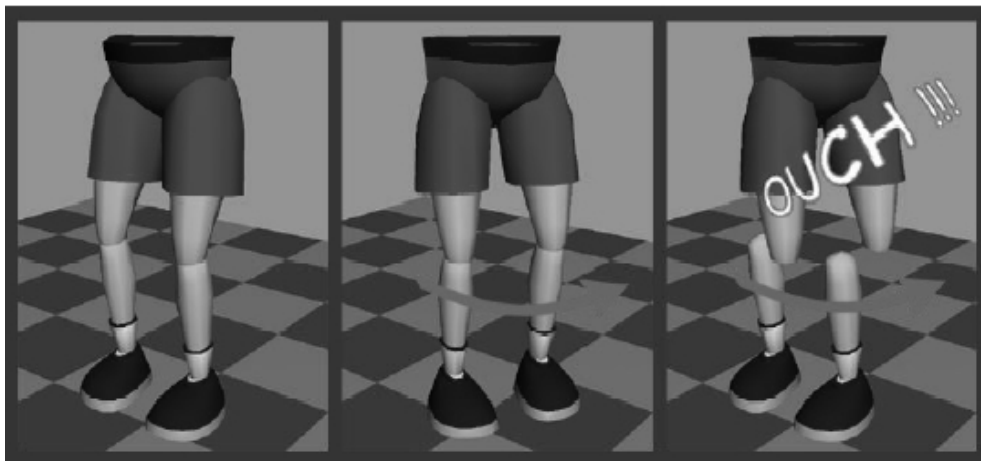


Abbildung 2.1

Abbildung 2.2

Abbildung 2.3

Vergleichbar schwierig ist die Simulation des menschlichen Ganges mit Hilfe der Vorwärtskinematik und einer einfachen hierarchischen Verknüpfung der Glieder, da beim Laufen zumindest ein Fuß fest am Boden verankert bleiben sollte, bis der nächste Fuß am Boden steht. Meist wird hierbei genau wie bei dem vorangehend erläuterten Beispiel ein Gleiten des Fußes hervorgerufen.

Um dennoch eine realistische Simulation solcher Bewegungen zu ermöglichen, musste diese Animationsmethode weiter verbessert werden. Eine dieser Verbesserungen stellt die Verwendung von Skelettmodellen dar. Mit Hilfe von Skelettmodellen ist es möglich, nur einen Teil der Hierarchie zu drehen, ohne dass einzelne Teile auseinander brechen. Ein ausführlicherer Überblick über das Skelettmodell wird im nächsten Abschnitt gegeben.

2.5 Das Skelettmodell

Die Gründe für die Verwendung eines Skelettes wurden bereits vorangehend erläutert. Im diesem Abschnitt soll näher auf den Aufbau und weitere Vorteile des Skelettes eingegangen werden.

Ein Skelettmodell entspricht einer hierarchischen Verknüpfung, wobei die einzelnen Glieder durch Knochen repräsentiert werden. Das Skelettmodell ist sehr einfach zu verstehen, da es unser eigenes physikalisches Skelett nachahmt. Zwischen zwei verschiedenen Knochen befinden sich Gelenke, die bestimmen, in welchem Winkel zwei Knochen zueinander stehen. Ein großer Vorteil des Skelettmodells sind die Sehnen, die impliziert, aber nicht sichtbar sind. Sie verbinden die Knochen miteinander und sorgen dadurch dafür, dass sich die Gelenke nicht trennen, auch wenn wie vorangehend beschrieben nur ein Teil der Hierarchie gedreht wird.

Ein modelliertes Skelett besteht meist aus mehreren zusammengesetzten kinematischen Ketten. Das eine Ende einer solchen Kette ist gewöhnlich fest verankert, das andere liegt frei. Der Arm soll nun wieder als anschauliches Beispiel zur Erklärung dienen. Hierbei ist die Schulter die Basis der Kette und fest verankert, die Hand das freie Ende, welches bewegt werden kann. Die einzelnen Glieder in einer Gelenkkette werden zugleich Segmente genannt, wobei das Segment, welches das freie Ende darstellt, auch als Endeffektor bezeichnet wird.

Ein weiterer Vorteil des Skelettmodells ist die Möglichkeit, eine Verbindung zwischen den einzelnen Körpersegmenten und der darüberliegenden Haut zu definieren. Es können individuelle Kontrollpunkte auf der Oberfläche der Figur gesetzt werden, die mit den nächstliegenden Knochen assoziiert sind. Somit kann die Haut adäquat deformiert werden, da die Haut den Bewegungen des Skelettes folgt. Dadurch bildet das Skelettmodell eine gute Grundlage für eine realistisch wirkende Animation.

Dennoch gibt es einige Bewegungen, die mit Vorwärtskinematik und dem Skelettmodell schwer zu realisieren sind. Eine weitere Animationsmethode, die Inverse Kinematik, soll dies vereinfachen.

3 Erklärung des Begriffes Inverse Kinematik

In diesem Kapitel wird die Grundidee und Wirkungsweise der Inversen Kinematik erklärt. Insbesondere sollen durch Beispiele die Möglichkeiten und Anwendungsgebiete dieser Animationsmethode aufgezeigt werden.

3.1 Die Inverse Kinematik

Die Inverse Kinematik basiert überwiegend auf den bereits vorgestellten Skelettmodellen und ist genau wie die Vorwärtskinematik ein rein mathematisches Modell für die Animation von Bewegungsabläufen. Grundlegend ist zu sagen, dass die einzelnen zu animierenden Glieder in einer Hierarchie angeordnet sind, welche durch ein Skelett mit Knochen und Gelenken repräsentiert ist.

Während bei der Vorwärtskinematik eine Transformation zuerst auf das oberste Glied der Hierarchie angewendet wird, beginnt bei der Inversen Kinematik die Transformation beim Endeffektor der Kette. Wird das letzte Glied der Objekthierarchie bewegt, folgen die übergeordneten Segmente entsprechend ihrer

Verkettung. Bei dieser Animationsmethode ist also der Endpunkt bereits vor der Berechnung bekannt, wohingegen die Gelenkstellungen in Abhängigkeit der Position und Orientierung des Endeffektors berechnet werden müssen. Diese Vorgehensweise ist sehr nützlich, da in der Realität meist nur die gewünschte Position des Endeffektors bekannt ist. Durch bestimmte Beschränkungen der Gelenke, auf die später noch genauer eingegangen wird, ist es möglich, die Bewegung zu kontrollieren und möglichst realistisch erscheinen zu lassen. Ursprünglich wurde die Inverse Kinematik in der Robotik angewandt. Hier musste das Problem gelöst werden, die Greifarme bzw. ein Werkzeug an eine bestimmte Zielposition zu bringen. Um eine möglichst exakte Positionierung zu erreichen, wurden schon bald mittels der Inversen Kinematik die benötigten Gelenkstellungen zum beabsichtigten Endpunkt ermittelt, um die Gelenke entsprechend steuern zu können. Die Methode konnte dann in der Charakter Animation leicht übernommen werden, da es sich bei Robotern auch um gelenkig verbundene Systeme handelt. Die Inverse Kinematik ermöglicht also ein relativ einfaches Positionieren einer Figur. Auch die Vorgehensweise ist recht einfach nachvollziehbar und mit wenigen Worten zu beschreiben. Nachdem ein Elternglied als Referenzobjekt fixiert ist, kann ein Effektorglied an den gewünschten Platz gezogen werden. Die benötigten Gelenkstellungen werden dabei vom Computer berechnet. Die Inverse Kinematik kann nicht nur als eigenständige Animationsmethode genutzt werden, sondern auch Einsatz finden, um relativ einfach Keyframes zu erzeugen, die für die Vorwärtskinematik nötig sind.

3.2 Anwendungsbeispiele der Inversen Kinematik

Am häufigsten wird mit Hilfe der Inverser Kinematik die Bewegung von Gliedmaßen realisiert. Als erstes Beispiel für die Anwendung der Inversen Kinematik kann erneut die Bewegung des Armes dienen. Es wird davon ausgegangen, dass die einzelnen Segmente als Skelettmodell hierarchisch verknüpft vorliegen. Soll die Hand an eine bestimmte Position gebracht werden, muss nicht mehr wie bei der Vorwärtskinematik beschrieben jedes Glied einzeln positioniert werden. Es genügt, die Hand an die entsprechende Zielposition zu ziehen, und der Unterarm sowie der Oberarm folgen. Die initiierte Bewegung endet an der Schulter, falls diese als fest verankertes Element festgelegt wurde. Auf diese Art und Weise können schnell Gesten für Armbewegungen wie Greifen, Zeigen, Heben oder ähnliches entworfen werden. Einen weiteren Einsatz findet die Inverse Kinematik beispielsweise bei der Modellierung von Fingerbewegungen. Bei richtiger Verknüpfung der Glieder bewegen sich durch Ziehen an der Fingerkuppe die restlichen Glieder des Fingers mit. Mit Hilfe der Inversen Kinematik können also genau wie bei der Modellierung des Armes Gesten wie Halten eines Gegenstandes oder Zeigen mit dem Finger einfach entwickelt werden.

Bei der Animation der Beine stellt die Inverse Kinematik eine besondere Vereinfachung dar. Zunächst werden wie vermutet bei Veränderung der Fußposition die Schenkel mitbewegt. Da sich durch die veränderte Fußposition auch der Schwerpunkt der Figur verlagert, wird hier zusätzlich der gesamte Körper entsprechend verlagert.

3.3 Einordnung der Inversen Kinematik

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit der Frage, in welchen Teilbereich der Animation die Inverse Kinematik einzuordnen ist.

Die 3D – Computeranimation kann allgemein in vier Gebiete unterteilt werden: das 3D – Morphing, Deformationen, Prozedurale Animation und die Articulated Figures. Auf die ersten drei Gruppen wird hier nicht näher eingegangen. Articulated Figures ist die Bezeichnung für Figuren mit Skeletten. Dies können menschliche Modelle, Dinosaurier, Insekten, Roboter oder ähnliches sein. Alle Articulated Figures unterliegen einer hierarchischen Struktur. Bestandteile der Articulated Figures sind starre Körper, die durch Gelenke verbunden sind. Da alle diese Eigenschaften die Gegebenheiten der Inversen Kinematik beschreiben, sind die Articulated Figures als eine Übergruppe der Inversen Kinematik anzusehen. Desweiteren kann die Inverse Kinematik in die Gruppe der hierarchischen Animation eingeordnet werden.

4 Einzelne Elemente der Inversen Kinematik

Bei der Arbeit mit Inverser Kinematik stößt man auf grundlegende Begriffe der Charakter Animation. Um den Einstieg zu erleichtern, werden nachfolgend einige Elemente erläutert.

4.1 Die Gelenke und deren Freiheitsgrade

Ein Gelenk verbindet zwei Objekte, die sich relativ zueinander bewegen können. Im Allgemeinen wird durch eine Gelenkverbindung die Bewegungsmöglichkeit der verbundenen Objekte eingeschränkt. Zunächst lassen sich die Gelenke in zwei Gruppen teilen. Dies sind zum einen die Gleitgelenke (siehe Abbildung 3.1), zum anderen die Drehgelenke (siehe Abbildung 3.2), auf die nun als erstes eingegangen werden soll.

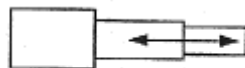


Abbildung 3.1



Abbildung 3.2

Die zu animierende Figur und insbesondere jedes einzelne Glied der Figur ist in einem eigenen Koordinatensystem verankert, welches bei einer 3D – Animation drei Achsen hat. Ein Drehgelenk ermöglicht die Rotation eines zugeordneten Gliedes auf einer oder mehreren Bewegungsachsen. In diesem Zusammenhang wird der Begriff der Freiheitsgrade wichtig. Die Freiheitsgrade eines Drehgelenks legen fest, wie weit und wie leicht ein Objekt gedreht werden kann. Eine wichtige Eigenschaft der Gelenke ist es, dass gegebenenfalls bestimmte Achsen inaktiviert werden können. Dies ist sehr wichtig für eine realistische Animation, da beispielsweise das Kniegelenk keine Bewegung des Schienbeins nach vorne erlaubt. Somit muss die

entsprechende Bewegungsachse gesperrt werden. Viele Programme, die Inverse Kinematik unterstützen, stellen weitere Gelenkparameter wie Dämpfung, Federspannung, Widerstand und Beschränkungen zur Verfügung. Durch eine Beschränkung kann definiert werden, wie groß der Spielraum des Gelenkes ist. Die Angabe ist meist in Grad und legt fest, um welchen Winkel das Gelenk relativ zu seiner Ausgangslage an einer Achse gedreht werden kann. Durch das Bestimmen einer Dämpfung wird ein kontinuierlicher Reibungswiderstand erzeugt, was bedeutet, dass das Gelenk nicht mehr so „leicht“ gedreht werden kann. Die Angabe einer Federspannung sorgt je nach Wert für ein stärkeres Ziehen beim Entfernen von der Ausgangsposition. Der angegebene Wert entspricht dann in etwa der Härte der Feder, die das Ziehen bei weiter Entfernung verursacht. Diese Eigenschaft ist für die Realistik einer Animation sehr nützlich, da sich auch die menschlichen Gelenke beim Nähern an die Grenzen ihres Spielbereiches zunehmend mühsamer bewegen lassen.

Neben den Drehgelenken sind die Gleitgelenke zu erwähnen. Sie dienen der Verschiebung eines Objektes auf einer oder mehreren Achsen. Analog zu den Drehgelenken können auch hier Angaben zu den Freiheitsgraden des Gelenkes gemacht werden. Falls eine Achse nicht aktiviert ist, kann eine Verschiebung des Objektes entlang dieser Achse nicht durchgeführt werden. Auch für Gleitgelenke stellen einige Programme einstellbare Gelenkparameter zur Verfügung, die analog zu denen der Drehgelenke wirken.

Für die Animation einer menschlichen Figur werden meist nur Drehgelenke verwendet, da die menschliche Anatomie von Natur aus nur diese Art von Gelenken aufweist. Ähnliches gilt für die Animation von Tieren. Gleitgelenke hingegen werden bei der Simulation von Maschinen und Robotern verwendet, da in der Technik solche Gelenke oft Anwendung finden.

4.2 Der Schwerpunkt

Der Schwerpunkt ist bei der Inversen Kinematik der Punkt, um den eine Drehung stattfindet. Bei vielen Programmen, die Inverse Kinematik unterstützen, besitzt jedes einzelne Objekt einen eigenen Schwerpunkt. Dieser repräsentiert meist den Ursprung des lokalen Koordinatensystems des Objektes, welches bereits erwähnt wurde. Der Schwerpunkt dient also zur Definition der Gelenkposition für die Inverse Kinematik und als Transformationsmittelpunkt.

Bei der Animation einer Figur wird auch der Figur als Ganzes ein Schwerpunkt zugeordnet. Die richtige Platzierung des Schwerpunktes ist zum Teil sehr schwierig und bedarf einer langen Übung. Dennoch müssen diese Anstrengungen bewältigt werden, denn die Animation wirkt nur glaubwürdig, wenn sich die Figur bezogen auf den Schwerpunkt sinnvoll bewegt. Bei der Animation von Zweibeinern ist als Schwerpunkt das Rückgrat sehr geeignet.

4.3 Verknüpfungen

Bei Programmen wie 3DStudioMax ist eine explizite Verwendung von Verknüpfungen zwischen den Objekten nötig. Hier wird dann durch das Verknüpfen von Objekten die Beziehung zwischen über- und untergeordneten Objekten erzeugt. Auf das übergeordnete Objekt angewandte Transformationen werden durch die Verknüpfung auf das untergeordnete Objekt übertragen. Durch das Verknüpfen weiterer Objekte

mit den über- und untergeordneten Objekten entsteht auf diese Art und Weise eine komplexe Hierarchie. Die Objekte werden meist vom Kindersegment zum Elternteil verknüpft.

4.4 Weitere Objekt-Parameter

Zum Teil werden noch weitere Möglichkeiten angeboten, um auf die Berechnung der Inversen Kinematik Einfluss zu nehmen. Den einzelnen Objekten kann beispielsweise eine Priorität zugewiesen werden, wobei sich die Priorität auf die Gelenkbeweglichkeit auswirkt. Auch eine in der Objekthierarchie von oben nach unten steigende oder abfallende Gelenkpriorität ist in diesen Zusammenhang denkbar.

Ein weiterer möglicher Objekt-Parameter ist das vorläufige Ändern des Abschlussknotenpunktes. Bei der eigentlichen Inversen Kinematik wirkt sich ein Verschieben des Endeffektors auf alle übergeordneten Objekte bis hin zum fixierten Objekt aus. Durch das Setzen eines Abschlussknotenpunktes endet die Bewegungstransformation bereits am gewünschten Objekt.

5 Einschätzung der Inversen Kinematik und Gegenüberstellung mit Vorwärtskinematik

Bislang wurde nur auf die Arbeitsweise der Inversen Kinematik eingegangen. Um sich allerdings auch ein Bild über den tatsächlichen Nutzen dieses Modells machen zu können, werden im Folgenden die Vor- und Nachteile der mathematischen Animationsmethoden Vorwärtskinematik und Inverse Kinematik gegenübergestellt.

5.1 Vorteile der Vorwärtskinematik

Vorwärtskinematik erfordert einen wesentlich bewussteren Umgang mit dem Bewegungsablauf der zu animierenden Figur. Sie bewirkt damit, dass der Animator die Bewegungen seiner Figur besser kennenlernt und mit Leben füllt.

5.2 Vorteile der Inversen Kinematik

Auf den ersten Blick scheint die Inverse Kinematik der Vorwärtskinematik klar überlegen zu sein, weil sie für den Benutzer einfacher ist, denn dieser muss lediglich das Ziel vorgeben. Da oftmals nur das Ziel bekannt ist, ist dies wohl mit der größte Nutzen der Inversen Kinematik. Das Hauptproblem, die Ermittlung der Gelenkstellungen, übernimmt der Computer. Komplexe Bewegungsabläufe können somit schnell erstellt werden. Dazu ein Beispiel: Es soll eine Figur animiert werden, die mit einem Ball in der Hand in einem Raum steht, und mit dem Ball einen bestimmten Punkt an der Wand treffen soll. Unter Verwendung der Vorwärtskinematik hätte man nun keinerlei Anhaltspunkte, wie der Wurf modelliert werden soll und ist gezwungen, alle Möglichkeiten auszuprobieren, den Ball ins Zimmer zu werfen, bis die richtige gefunden ist. Man kann jedoch auch aus der

Zielposition berechnen, in welchem Winkel man den Ball in welche Richtung werfen muss, um den Zielpunkt zu erreichen. Mit diesen Angaben kann die Inverse Kinematik den Wurf genau bestimmen und das Ziel wird innerhalb kurzer Zeit getroffen.

5.3 Nachteile der Vorwärtskinematik

Die Nachteile der Vorwärtskinematik wurden bereits oft erwähnt. Zusammengefasst kann man sagen, dass eine Animation unter ausschließlicher Verwendung der Vorwärtskinematik sehr aufwendig ist. Soll ein Punkt durch ein Objekt exakt erreicht werden, sind dazu mehrere Korrekturen notwendig, da die einzelnen Knochen starr sind.

5.4 Nachteile der Inversen Kinematik

Die komplizierte Berechnung der Bewegungen wird dem Benutzer durch die Inverse Kinematik abgenommen, was auf den ersten Blick noch einen deutlichen Vorteil dieser Methode darstellt. Dennoch bringt dies auch Probleme mit sich. Da die Software die sämtlichen Gelenkstellungen automatisch berechnet, hat der Benutzer nur einen geringen Einfluss auf die tatsächliche Bewegung. Er hat lediglich die Möglichkeit, über Nebenbedingungen die Bewegung zu kontrollieren. Schwer zu bestimmen ist beispielsweise auch die Bewegungsgeschwindigkeit. Aufgrund der besseren Kontrolle verzichten einige Künstler sogar auf Hilfsmittel wie die Inverse Kinematik, um maximalen Einfluss zu behalten. Nach Angaben von Pixar wurde aus diesem Grund die komplette Animation von „Toy Story“ ohne Inverser Kinematik gemacht. Ähnliches wurde über den Film Luxo jr., der von zwei Schreibtischlampen handelt, behauptet. Bei diesem Film spielte bei der Entscheidung für die Verwendung der Vorwärtskinematik zudem die Tatsache eine Rolle, dass sich nicht alle Bewegungen durch Inverse Kinematik berechnen lassen.

Ein weiterer Nachteil der Inversen Kinematik ist die Vielzahl an Lösungsmöglichkeiten um einen Zielpunkt mittels mehrerer Gelenke zu erreichen (siehe Abbildung 4).

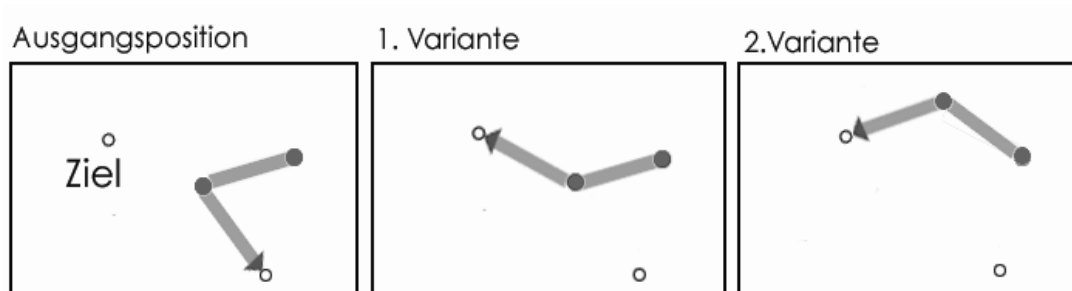


Abbildung 4

Das Problem ist nun, dass sich der Berechnungsalgorithmus für die wahrscheinlichste Variante entscheiden muss. Dies entspricht jedoch nicht immer der jeweils situationsabhängig besten Möglichkeit. Unter Umständen ist in solchen Fällen noch eine Korrektur mit Hilfe von Vorwärtskinematik per Hand notwendig.

6 Mathematischer Hintergrund

Die Inverse Kinematik ermittelt selbständig die benötigten Gelenkstellungen bezogen auf einen bestimmten Endpunkt. Eine Erklärung, wie diese Berechnung erfolgt, soll nun in diesem Kapitel gegeben werden. Um allerdings das mathematische Modell der Inversen Kinematik einfacher zu verstehen, wird zunächst auf das dazu konträre Modell der Vorwärtskinematik eingegangen.

6.1 Das Modell der Vorwärtskinematik

Die Berechnung der Vorwärtskinematik ist am einfachsten anhand eines Beispiels zu verdeutlichen. Als Beispielvorlage soll eine Kette mit drei Gelenken dienen, bei der die jeweiligen Winkel der Gelenke bekannt sind und der daraus resultierende Endpunkt berechnet werden soll (siehe Abbildung 5).

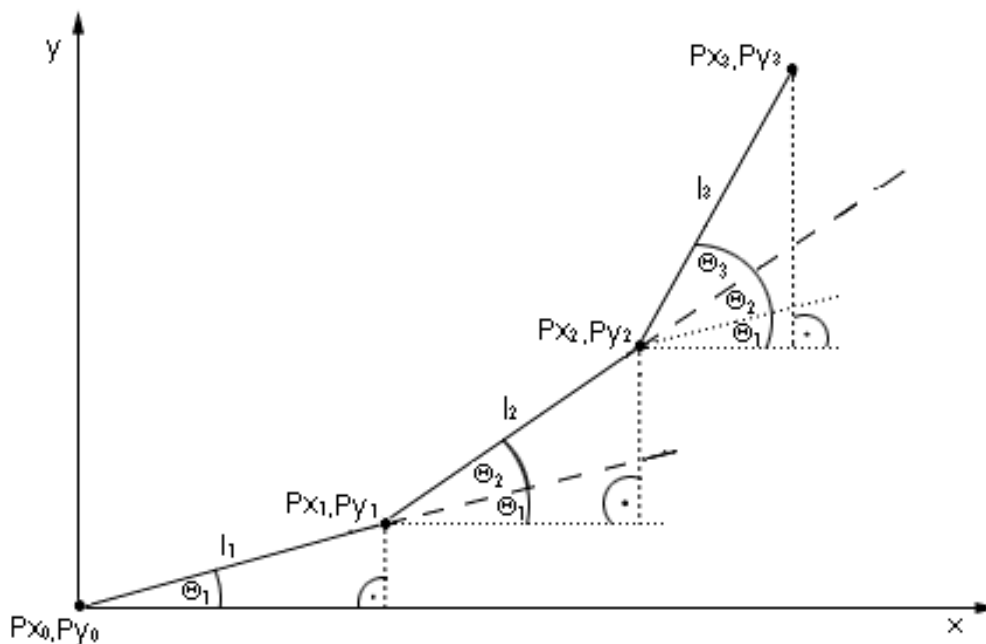


Abbildung 5

In Abbildung 5 stellt der Punkt P_{x_0}, P_{y_0} den Ursprung P_0 der Kette dar, indem sich zugleich das erste Gelenk befindet. Das zweite Gelenk ist bei Punkt P_1 , das dritte bei Punkt P_2 positioniert. Der gesuchte Endpunkt ist in der Skizze mit P_3 gekennzeichnet. Die Gelenkwinkel selbst werden durch die Θ_i repräsentiert, während die l_i die Länge der Schenkel angeben. Das erste Gelenk bezieht seinen Winkel Θ_1 auf die x -Achse. Das zweite Gelenk hingegen bezieht den Winkel Θ_2 auf den Schenkel des ersten Gelenkes (siehe lang-gestrichelte Linie in der Abbildung). Analog liegt der Winkel Θ_3 des dritten Gelenkes zwischen dem Schenkel des zweiten Gelenkes und dem dritten Schenkel.

Der zunächst einzige bekannte Punkt ist P_0 , der im Ursprung des Koordinatensystems liegt. Da die weiteren Punkte P_i von einander abhängig sind, lassen sich diese Abhängigkeiten mathematisch ausdrücken, so dass auch die Lage der anderen Punkte bestimmt werden kann. Verbindet man den Punkt P_1 senkrecht mit der x -Achse, so entsteht ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Gegenkathete den y -Wert des Punktes P_1 , die Ankathete den x -Wert von P_1 wiedergibt. Da die

Hypotenuse durch die Schenkellänge l_1 gegeben ist, lässt sich die Ankathete durch $\cos(\Theta_1) * l_1$, die Gegenkathete durch $\sin(\Theta_1) * l_1$ berechnen. Auf die gleiche Art und Weise können nun x – und y – Wert des Punktes P_2 berechnet werden. Hier muss der Punkt P_2 senkrecht zu einer parallelen der x – Achse durch den Punkt P_1 verbunden werden (siehe kurz-gestrichelte Linie bei P_2, P_3 in Abbildung 5). Der Bezugswinkel des entstandenen rechtwinkligen Dreiecks ist nun aus den Winkeln Θ_1 und Θ_2 zusammengesetzt. Da das Dreieck nicht im Ursprung verankert ist, muss zu den Koordinaten der x - bzw. y – Wert des Punktes P_1 addiert werden. Analog kann eine Berechnung der Koordinaten für P_3 erstellt werden. Auf diesen Überlegungen basierend kann nun ein erstes Gleichungssystem zur Berechnung aller Punkte bzw. Koordinaten aufgestellt werden:

$$\begin{aligned}
 \text{(I)} \quad & P_{x1} = \cos(\Theta_1) * l_1 \\
 & P_{y1} = \sin(\Theta_1) * l_1 \\
 & P_{x2} = P_{x1} + \cos(\Theta_1 + \Theta_2) * l_2 \\
 & P_{y2} = P_{y1} + \sin(\Theta_1 + \Theta_2) * l_2 \\
 & P_{x3} = P_{x2} + \cos(\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3) * l_3 \\
 & P_{y3} = P_{y2} + \sin(\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3) * l_3
 \end{aligned}$$

Die Lage des Endpunktes P_3 lässt sich aber auch unabhängig von der Position der anderen Gelenkpunkte berechnen, indem man die Punkte durch die entsprechenden Winkelgleichungen ersetzt:

$$\begin{aligned}
 \text{(II)} \quad & P_{x3} = \cos(\Theta_1) * l_1 + \cos(\Theta_1 + \Theta_2) * l_2 + \cos(\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3) * l_3 \\
 & P_{y3} = \sin(\Theta_1) * l_1 + \sin(\Theta_1 + \Theta_2) * l_2 + \sin(\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3) * l_3
 \end{aligned}$$

Die eben vorgestellte Berechnung bildet die mathematische Grundlage der Vorwärtskinematik. Zusammengefasst besteht sie also aus der Aufstellung der Winkelgleichungen und dem Einsetzen der bekannten Gelenkwinkel in diese Gleichungen, um dadurch die Lage des Endpunktes zu berechnen.

6.2 Das Modell der Inversen Kinematik

Die Inverse Kinematik soll nun die umgekehrte Aufgabenstellung der Vorwärtskinematik lösen, also zu einem vorgegebenen Endpunkt die dazu benötigten Winkelstellungen berechnen. Es muss also die Umkehrfunktion der Vorwärtskinematik gefunden werden. Doch hier darf nicht vergessen werden, dass es meist unendlich viele Möglichkeiten gibt, die Position des Endpunktes durch mehrere Winkel zu beschreiben. Da bereits die Berechnung der Umkehrfunktion oftmals kompliziert ist, wird hier nach einer Näherungsformel gesucht, die das Ergebnis approximiert. Näherungsverfahren vereinfachen zwar die Berechnung, liefern aber nur in kleinen Intervallen brauchbare Ergebnisse. Dieses Problem kann durch eine Berechnung der Lage des Endpunktes unter Betrachtung geringer Winkeländerungen statt der absoluten Werte gelöst werden.

Das mathematische Modell der Inversen Kinematik soll wieder anhand eines Beispiels verdeutlicht werden. Die Grundlage bietet das Beispiel mit den drei Gelenken aus dem vorangegangenen Abschnitt.

Da nur kleine Winkeländerungen betrachtet werden, bietet die lineare Approximation ein geeignetes Näherungsverfahren. Allgemein lässt sich die lineare Approximation folgendermaßen darstellen:

$$f(x_0 + dx) \approx f(x_0) + f'(x_0) * dx, \quad \text{wobei } dx = x - x_0 \quad |dx| \text{ klein und } x_0 \text{ den Startpunkt der linearen Approximation darstellt}$$

In unserem Beispiel müssten nun die beiden Gleichungen aus dem Gleichungssystem (II) linear approximiert werden. Diese enthalten allerdings drei Variablen Θ_1 , Θ_2 und Θ_3 . Die Approximationsfunktion für Funktionen mit mehreren Variablen berechnet sich durch aufsummieren ihrer partiellen Differentiale. Für unser Beispiel bedeutet das allgemein:

$$f(x_1 + dx_1, x_2 + dx_2, x_3 + dx_3) = f(x_1, x_2, x_3) + \frac{\Delta f(x_1, x_2, x_3)}{\Delta x_1} dx_1 + \frac{\Delta f(x_1, x_2, x_3)}{\Delta x_2} dx_2 + \frac{\Delta f(x_1, x_2, x_3)}{\Delta x_3} dx_3$$

Mit dieser Grundlage lässt sich jetzt die lineare Approximation für den Endpunkt berechnen. Um die Gleichungen übersichtlicher zu halten, werden im Folgenden die Winkel Θ_1 , Θ_2 und Θ_3 als Komponenten des Vektors Θ aufgefasst, dementsprechend die Winkeländerungen $d\Theta_1$, $d\Theta_2$ und $d\Theta_3$ als Komponenten des Vektors $d\Theta$. Es ist nun möglich, zwei Funktionen zur Berechnung des Endpunktes aufzustellen, die von den Winkeländerungen abhängig sind. Dadurch entsteht folgendes Gleichungssystem für die Approximation:

$$(III) \quad \begin{aligned} P_x(\Theta + d\Theta) &= P_x(\Theta) + \frac{\Delta P_x(\Theta)}{\Delta \Theta_1} d\Theta_1 + \frac{\Delta P_x(\Theta)}{\Delta \Theta_2} d\Theta_2 + \frac{\Delta P_x(\Theta)}{\Delta \Theta_3} d\Theta_3 \\ P_y(\Theta + d\Theta) &= P_y(\Theta) + \frac{\Delta P_y(\Theta)}{\Delta \Theta_1} d\Theta_1 + \frac{\Delta P_y(\Theta)}{\Delta \Theta_2} d\Theta_2 + \frac{\Delta P_y(\Theta)}{\Delta \Theta_3} d\Theta_3 \end{aligned}$$

Der nächste Schritt besteht nun darin, die oben beschriebenen partiellen Differentiale zu berechnen. Grundlage dafür bietet das Gleichungssystem (II):

(VI)

$$\frac{\Delta P_x(\Theta)}{\Delta \Theta_1} = -(\sin(\Theta_1) * l_1 + \sin(\Theta_1 + \Theta_2) * l_2 + \sin(\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3) * l_3) = -P_{y_3}$$

$$\frac{\Delta P_x(\Theta)}{\Delta \Theta_2} = -(\sin(\Theta_1 + \Theta_2) * l_2 + \sin(\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3) * l_3) = -(P_{y_3} - P_{y_1})$$

$$\frac{\Delta P_x(\Theta)}{\Delta \Theta_3} = -(\sin(\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3) * l_3) = -(P_{y_3} - P_{y_2})$$

$$\frac{\Delta P_y(\Theta)}{\Delta \Theta_1} = \cos(\Theta_1) * l_1 + \cos(\Theta_1 + \Theta_2) * l_2 + \cos(\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3) * l_3 = P_{x_3}$$

$$\frac{\Delta P_y(\Theta)}{\Delta \Theta_2} = \cos(\Theta_1 + \Theta_2) * l_2 + \cos(\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3) * l_3 = P_{x_3} - P_{x_1}$$

$$\frac{\Delta P_y(\Theta)}{\Delta \Theta_3} = \cos(\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3) * l_3 = P_{x_3} - P_{x_2}$$

Die berechneten partiellen Differentiale für den x – Wert bzw. den y – Wert des Endpunktes können jetzt in das Gleichungssystem (III) übernommen werden. Die Gleichungen aus (III) werden zusätzlich so umgeformt, dass der Term $P_x(\Theta)$ bzw. $P_y(\Theta)$ auf der jeweils linken Seite steht. Dadurch ergibt sich ein neues Gleichungssystem:

$$(V) \quad \begin{aligned} P_x(\Theta + d\Theta) - P_x(\Theta) &= -P_{y_3} * d\Theta_1 - (P_{y_3} - P_{y_1}) * d\Theta_2 - (P_{y_3} - P_{y_2}) * d\Theta_3 \\ P_y(\Theta + d\Theta) - P_y(\Theta) &= P_{x_3} * d\Theta_1 + (P_{x_3} - P_{x_1}) * d\Theta_2 + (P_{x_3} - P_{x_2}) * d\Theta_3 \end{aligned}$$

Wenn man nun dieses Gleichungssystem betrachtet, kann man feststellen dass es sich um ein lineares Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und 3 Unbekannten handelt, da die Variablen P_{x_i} und P_{y_i} durch ihre ursprünglichen Terme aus (I) ersetzt werden können. Mit Hilfe des Gaußschen Eliminationsverfahrens (bilden einer oberen Dreiecksmatrix) lassen sich nun für das Gleichungssystem die gesuchten Winkeländerungen bestimmen. Allerdings ist man damit noch nicht ganz am Ziel, denn das Gleichungssystem ist unterbestimmt und der Lösungsraum wird folglich eine Gerade im dreidimensionalen Raum sein, die unendlich viele Lösungen liefert. Die Winkeländerungen $d\Theta_1$, $d\Theta_2$ und $d\Theta_3$ stellen die Raumkoordinaten dieser Geraden dar, was bedeutet, dass jeder Punkt auf dieser Geraden eine Lösung für die Position des Endpunktes darstellt. Die Anzahl der mathematischen Lösungen ist leicht zu verstehen, wenn man an die Vorüberlegung denkt, dass ein Endpunkt durch evtl. unendlich viele verschiedene Gelenkstellungen erreicht werden kann. Da die

Approximationsfunktion aber nur für kleine Intervalle brauchbare Ergebnisse liefert, sind sicherlich die meisten Lösungen auf der Gerade irrelevant. Die Geradengleichung muss also noch minimiert werden, um das gewünschte Ergebnis zu erhalten.

7 Grenzen der Inversen Kinematik

Auf die vorangehenden Kapitel blickend stellt die Inverse Kinematik eine starke Vereinfachung bei der realistischen Simulation von Bewegungsabläufen dar. Doch auch diese Animationsmethode kann nicht bei allen Aufgabenstellungen und Problemen helfen. So stößt die Inverse Kinematik immer dann an ihre Grenzen, wenn ein Bewegungsablauf zu komplex wird, um ihn mit einfachen Funktionen zu beschreiben, oder wenn die Lösungsfindung mathematisch so aufwendig wird, dass eine flüssige Animation nicht mehr gewährleistet werden kann. Besonders bei menschlichen Bewegungsabläufen ist die Realistik nur schwer zu verwirklichen. Dies liegt zum einen daran, dass uns diese Bewegungen sehr gut bekannt sind und uns bereits kleine Unfeinheiten bei der Animation auffallen und die Glaubwürdigkeit der Bewegung mindern. Zum anderen besteht ein menschliches Skelett aus sehr vielen Gelenken, die alle eigene Charakteristiken aufweisen, wobei jedes einzelne Gelenk nur bestimmte Winkelradien in Bezug auf andere Gelenke hat, die realistisch wirken, und die Gelenkstellung eines einzelnen Gelenkes oft von mehreren Gelenken abhängig ist. Eine optimale Einstellung für alle Gelenkwerte und Schwerpunkte zu finden ist unabdingbar zur Optimierung der Glaubwürdigkeit einer Animation. Doch dies bedarf einer langen Übung und Ausdauer.

Quellen:

<http://denkstunde.de/dipl/ik.htm>

http://www.ia.hiof.no/~michaell/kurs/vv/pages/moduler/animation/inverse_kinematics.html

http://www.infinity-vision.blinx.de/aufbau/paletten/hierarchien/inverse_kinematik.htm

<http://www.it.fht-esslingen.de/~schmidt/vorlesungen/vr/seminar/ws9899/kinmod-invkinem.html>

<http://developer.intel.com/software/idap/media/pdf/skeleton.pdf>

http://infar.architektur.uni-weimar.de/infar/angl/teachings/archive/design_studios/didital_space/ss01/lectures/005/005_02.html

<http://user.cs.tu-berlin.de/~mitschel/roboter-ausarbeitung/kinematik/overview.html>

<http://coli.lili.uni-bielefeld.de/~milde/vrml+java/kinematik/Termin7.html>

<http://www.innotech-soft.com/seiten/hash/hash3.htm>

http://freespace.virgin.net/hugo.elias/models/m_ik.htm